Schwingungen

Aufgabe 1

Sie finden im Labor eine Feder. Wenn Sie ein Gewicht von $100\,g$ daran hängen, dehnt die Feder sich um $10\,cm$. Dann ziehen Sie das Gewicht $6\,cm$ herunter von seiner Gleichgewichtsposition und lassen es los zur Zeit $t = 0$.

a. Wie lautet die Gleichung für die Position der Masse als Funktion der Zeit?

Lsg.: a) $|A| = 6\,cm$, $\omega_0 \approx 9,9\,rad/s \rightarrow x(t) = -6\,cos(9,9\,t)\,cm$

Aufgabe 2

Ein Körper der Masse $m = 100\,g$ an einer Feder schwingt in harmonischer Bewegung entlang der x-Achse. Die größte Entfernung von der Gleichgewichtsposition ist $15\,cm$, und die Periode der Schwingung beträgt $T = 2\,s$. Zur Zeit $t = 0$ befindet sich der Körper am Ursprung $x = 0$ und bewegt sich in positive x-Richtung. Bestimmen Sie:

a. Die Position als Funktion der Zeit $x(t)$.

b. Die höchste Geschwindigkeit des Körpers.

c. Die größte Beschleunigung des Körpers.

d. Die Gesamtenergie des Körpers.

Lsg.: b) $v_{max} \approx 47,1\,cm/s$ c) $a_{max} \approx 148\,cm/s^2$ d) $E_{tot} \approx 0,0111\,J$

Aufgabe 3

Die Position eines Teilchens als Funktion der Zeit ist gegeben durch die folgende Gleichung: $x(t) = 6\,cos(3\pi t + \pi/3)\,m$, wobei t in Sekunden ist. Bestimmen Sie:

a. Die Amplitude der Bewegung.

b. Die Periode der Bewegung.

c. Die Frequenz der Bewegung in Hz.

Lsg.: a) $6\,m$ b) $\frac{2}{3}\,s$ c) $f = 1.5\,Hz$

Aufgabe 4

Eine Federwaage wird plötzlich mit einem Massestück der Masse $m = 0,3\,kg$ belastet. Das Feder-Masse-System führt darauf ungedämpfte Schwingungen mit einer Amplitude $A = 0,12\,m$ aus.

a. Berechnen Sie die Schwingungsdauer T.

Lsg.: a) $T = 0,6949\,s$

Aufgabe 5

Verkürzt man ein mathematisches Pendel um 10% seiner Länge, so vergrößert sich seine Frequenz um $\Delta f = 0,1\,Hz$.

a. Welche Länge l und welche Frequenz f weist das Pendel auf?

Lsg.: a) $l = 0,0727\,m,\ f = 1,85\,Hz$

Aufgabe 6

Zwei Pendel A und B verschiedener Länge, deren Schwingungsdauern sich wie $\frac{19}{20}$ verhalten, beginnen ihre Schwingungen aus der Ruhelage. Nach $t_1 = 15,00\,s$ hat das erste Pendel $n = 3$ Schwingungen mehr ausgeführt, als das zweite.

a. Welche Frequenzen f_A und f_B haben die beiden Pendel?

Lsg.: a) $f_A = 4,000\,Hz,\ f_B = 3,800\,Hz$

Aufgabe 7

Bei einer Schwingung $x = A\,cos(90t - \phi_0)$ sind zum Zeitpunkt $t_0 = 0\,s$ die Elongation $x_0 = 2,0\,cm$ und die Geschwindigkeit $v_0 = -3,0\,m/s$ gemessen worden.

a. Wie groß ist die Schwingungsdauer T ?

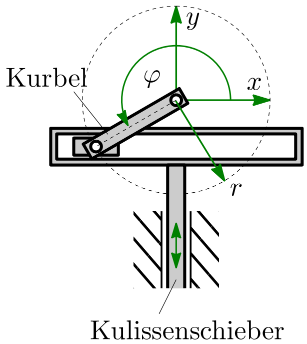
b. Welche Werte haben die Amplitude A und der Phasenwinkel ϕ_0 ?

c. Zeichen Sie $x(t)$ von $t = [0, T]$ qualitativ in ein Diagramm.

Lsg.: a) $T = 0,06981\,s$ b) $A = 0,0389\,m$, $\phi_0 = -59°$

Aufgabe 8

Die im Bild angegebene Kurbel (Radius $r = 0,18\,m$), deren freies Ende in einem Kulissenschieber gleitet, rotiert mit der konstanten Drehzahl $210\,\frac{1}{min}$ in positiver ϕ-Richtung.



a. Welche Vertikalgeschwindigkeiten $v_{y,1}$ hat der Schieber für die Winkel $\phi_1 = 15°$ der Kurbel?

b. Welche Vertikalgeschwindigkeiten $v_{y,2}$ hat der Schieber fürr die Winkel $\phi_2 = 125°$ der Kurbel?

c. Wie groß ist die dem Betrag nach maximale Geschwindigkeit des Schiebers $v_{y,max}$? Geben Sie einen Winkel ϕ_3 an, bei dem diese maximale Geschwindigkeit auftritt.

d. Wie groß ist die dem Betrag nach maximale Beschleunigung des Schiebers $a_{y,max}$?

Lsg.: a) $v_{y,1} = 3,824\,m/s$ b) $v_{y,2} = -2,270\,m/s$ c) $v_{y,max} = 3,958\,m/s$, $\phi_3 = 0°$ d) $a_{y,max} = 87,04\ m/s^2$

Aufgabe 9

Ein ungedämpfter Oszillator der Masse $m = 1,0\,kg$ hat die Eigenfrequenz $\omega_0 = 10,0\,rad/s$. Der Oszillator erhält nun eine Reibungskraft $d\dot{x}$ so dass die Eigenfrequenz nur noch $\omega = 8,0\,rad/s$ beträgt.

a. Berechnen Sie die Federkonstante c.

b. Berechnen Sie die Dämpfungskonstante d.

c. Auf welchen Teil p fällt die Schwingungsamplitude infolge der Reibung: innerhalb von 1 bzw, innerhalb von 2 Perioden?

Lsg.: a)$c = 100,0\,N/m$ b) $d = 12,0\,Ns/m$ c) $p_1 = 0,898\%$, $p_2 = 0,00807\%$

Aufgabe 10

Ein Freund, dessen Masse $100\,kg$ beträgt, besitzt ein altes Auto, dessen Masse $2000\,kg$ beträgt. Wenn er in das Auto einsteigt, stellt er fest, dass es sich um eine Strecke von $3\,cm$ senkt. Dann fährt Ihr Freund los, über einen "speed bump", und Auto plus Fahrer schwingen an der Feder (Das Auto hat keine Stoßdämpfer.).

a. Wie groß ist die Schwingungsfrequenz des Autos plus Fahrer an der Feder?

Lsg.: a) $f \approx 0,628\,Hz$

Aufgabe 11

Federn und Stoßdämpfer eines kleinen LKW werden so berechnet, dass sich die Karosserie bei voller Zuladung (Masse $m = 1,8\,t$) um eine vorgegebene Strecke $s = 100,0\,mm$ senkt und dass die Räder (Radmasse $m_R = 40,0\,kg$) bei Stößen im **aperiodischen Grenzfall** schwingen. Es soll vorausgesetzt werden, dass alle vier Räder gleich belastet sind und jedes Rad einzeln gefedert und gedämpft ist.

a. Wie groß müssen die Federkonstante c einer Feder und die Reibungskonstante d eines Stoßdämpfers sein?

Lsg.: a) $c = 44,15\,kN/m$, $d = 2,658\,kNs/m$

Aufgabe 12

Ein Block mit einer Masse $m = 750\,g$ schwingt am Ende einer Feder, deren Federkonstante $c = 56,0\,N/m$ beträgt. Die Masse bewegt sich in einem Fluid, so dass viskose Reibung mit dem Zähigkeitskoeffizient $b = 0,162\,Ns/m$ ensteht.

a. Wie groß ist die Periode T der Bewegung?

b. Wie groß ist das logarithmische Dekrement Λ?

c. Schreiben Sie die Auslenkung x in Abhängikgeit der Zeit t an, wenn $x(0) = 0$ und $x(t = 1\,s) = 0,12\,m$ gilt.

Lsg.: a) $T = 0,7272\,s$ b) $\Lambda = 0,07854$ c) $x(t) = 0,189e^{-0,108\,t}sin(8,64\,t)$

Aufgabe 13

Am Ende der Blattfeder eines Zungenfrequenzmessers befindet sich ein Körper der Masse $m = 50\,g$. Das System hat die Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = 10,0\,rad/s$ und die Abklingkonstante $\delta = 2,0\,\frac{1}{s}$. Auf den Körper wirkt die Kraft $F(t) = 0,1cos(6t)\,N$. Berechnen Sie:

a. die Position Funktion $x(t)$.

Betrachten sie auf den Körper wirkt die Kraft bei Resonanzkreisfrequenz: $F(t) = 0,1cos(\Omega_R t)$.

b. Berechnen Sie die Resonanzkreisfrequenz Ω_R.

c. Berechnen Sie die Position funktion $x_R(t)$.

d. Berechnen Sie die Halbwertszeit t_H der gedämpften Schwingung des Resonators nach Abschalten der Erregung.

Lsg.: a) $x(t) \approx 2,9\,cos(6t - 0,359)\,cm$ b) $\Omega_R \approx 9,59\,rad/s$ c) $x(t) \approx 5,1\,cos(9,59t - 1,365)\,cm$ d) $t_H = \frac{ln(2)}{2}s$

Aufgabe 14

Zwei Stimmgabeln ergeben eine reine Schwebung mit der Periodendauer $T_S = 0,5\,s$ und der mittleren Frequenz $f = 441\,Hz$.

a. Welche Frequenzen haben Sie einzeln?

Lsg.: a) $f_1 = 440,0\,Hz,\ f_2 = 442,0\,Hz$

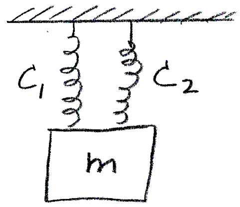
Aufgabe 15

Sie besitzen eine Feder, deren ungedehnte Länge L_0 ist und die die Federkonstante c hat. Sie möchten zwei Federn haben und schneiden die Feder deshalb in zwei Hälften.

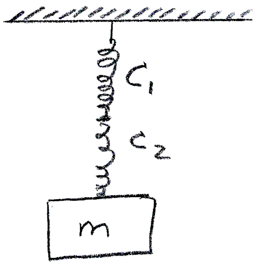
a. Was ist die Federkonstante der kürzeren Feder (der Länge $L_0/2$)? What is the spring constant of the shorter springs (of length $L_0/2$)?

Aufgabe 16

Sie besitzen zwei Federn. Sie hängen einen Körper der Masse m an eine der Federn, und die Schwingungsfrequenz ist f_1. Wenn Sie denselben Körper an die andere Feder hängen, ist die Schwingungsfrequenz f_2. Jetzt können Sie die Federn auf zwei verschiedene Arten kombinieren, in Serie oder parallel, wie in der Skizze gezeigt. Bestimmen Sie fúr jeden Fall die Schwingungsfrequenz, wenn dieselbe Masse



a



b

m angehängt wird.

a. Die Schwingungsfrequenz, wenn die beiden Federn parallel verbunden sind.

b. Die Schwingungsfrequenz, wenn die beiden Federn in Serie verbunden sind.

Drücken Sie Ihre Antworten mit Hilfe von f_1 und f_2 aus.

Lsg.: a)$f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$ b) $f = \frac{f_1 f_2}{\sqrt{f_1^2+f_2^2}}$

Aufgabe 17

Ein zylindrischer Holzblock der Höhe L, Masse m und Grundfläche A wird in Wasser gesetzt. Er schwimmt, da seine Dichte geringer als die von Wasser ist. Wenn Sie den Holzzylinder ins Wasser hineindrücken und dann loslassen, schwingt er auf und ab.

a. Zeigen Sie, dass der Holzzylinder in harmonischer Bewegung schwingt.

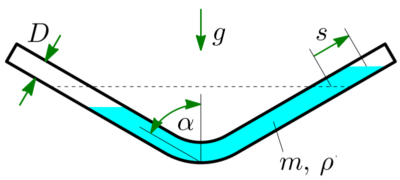
b. Bestimmen Sie die Periode der Bewegung.

Drücken Sie die Antwort aus mit Hilfe der Dichte des Wassers ρ, der Masse des Holzzylinders m, A, and g.

Lsg.: b) $2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho A g}}$

Aufgabe 18

In dem dargestellten Rohr (Durchmesser $D = 1,0\,cm$), winkel $\alpha = 30°$, schwingt eine Quecksilbers äule (Masse $m = 0,5\,kg$, Dichte $\rho = 13,53\,g/cm^3$) reibungsfrei nach einer einmaligen Auslenkung.



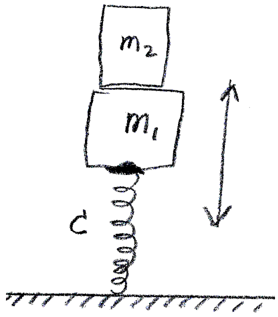
a. Geben Sie die Bewegungsgleichung für die Koordinate s an.

b. Berechnen ω_0, f_0 und T_0.

Lsg.: b) $\omega_0 \approx 6,01\,rad/s$, $f_0 \approx 0,956\,Hz$, $T_0 = 1.05\,s$

Aufgabe 19

Ein Block der Masse $m_1 = 100\,g$ ist verbunden mit einer Feder mit Federkonstante $c = 5,0\,N/m$ und kann senkrecht auf und ab schwingen. Eine zweite Masse $m_2 = 50\,g$ wird auf den Block m_1 gelegt.

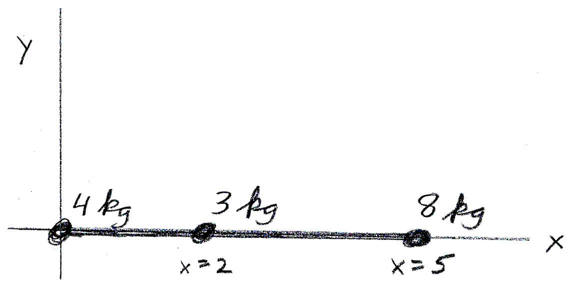


a. Was ist die größte Amplitude, bei der die zweite Masse m_2 noch in Kontakt bleibt mit dem Block m_1?

Lsg.: a) $29.4\,cm$

Aufgabe 20

Drei Massepunkte liegen auf der x-Achse und sind durch masselose Stäbe verbunden. Der Massepunkt $m_1 = 4\,kg$ liegt im Ursprung. Der zweite Massepunkt $m_2 = 3\,kg$ liegt bei $x_2 = 2\,m$, und der dritte Massepunkt $m_3 = 8\,kg$ liegt bei $x_3 = 5\,m$. Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment bezüglich einer Achse, die senkrecht zum Papier ist und



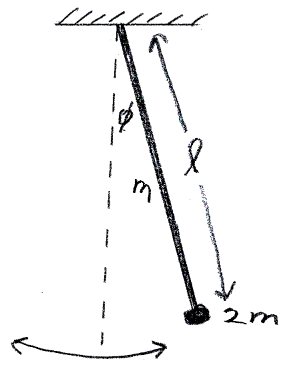
a. durch den Ursprung geht.

b. durch den Punkt $x = 3$, $y = 0$ geht.

Lsg.: a) $212\,kg\text{-}m^2$ b) $71\,kg\text{-}m^2$

Aufgabe 21

Das Pendel in der Skizze unten besteht aus einem dünnen Stab der Masse m und Länge l. Das obere Ende des Stabes ist an einem Aufhängepunkt befestigt, so dass der Stab frei in einer Ebene schwingen kann. Am unteren Ende ist eine Punktmasse von $2m$ angebracht.



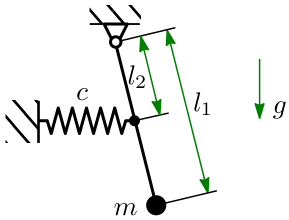
a. Bestimmen Sie die Frequenz des Pendels für kleine Auslenkungen ϕ, d.h. $\phi << 1$.

Drücken Sie Ihre Antwort mit Hilfe von g und l aus.

Lsg.: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{15g}{14l}}$

Aufgabe 22

Das dargestellte System besteht aus einer Punktmasse (Masse $m = 1,0\,kg$), die über eine masselose Stange im Abstand $l_1 = 0,3\,m$ an der Umgebung drehbar gelagert ist. Im Abstand $l_2 = 0,15\,m$ vom Drehpunkt ist die Stange über eine Feder (Federkonstante $c = 100\,N/m$) an die Umgebung gefesselt. Das System ist der Erdbeschleunigung g ausgesetzt.



a. Man bestimme die Frequenz f des skizzierten Systems für kleine Auslenkungen.

Hinweis: Für kleine Auslenkungen gilt $sin(\phi) \approx \phi$ und $cos(\phi) \approx 1$.

Lsg.: a) $f = 1,209\,Hz$